2005 年度　微積分学 II　演習問題 (1)

1. 次の関数の $(x,y) \to (0,0)$ における極限を求めよ.

(a) $f(x,y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$

(b) $f(x,y) = \dfrac{x^2y}{x^2+y^2}$

(c) $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^2+y^2}$

(d) $f(x,y) = \dfrac{x^2+y^3}{x^2+y^2}$

(e) $f(x,y) = \dfrac{x+y}{x^2+y^2}$

(f) $f(x,y) = \dfrac{x^2y^2}{(x^2+y^2)^2}$

(g) $f(x,y) = \dfrac{x^4y}{(x^2+y^2)^2}$

(h) $f(x,y) = \dfrac{x-y}{x+y}$

(i) $f(x,y) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$

(j) $f(x,y) = xy\log(x^2+y^2)$

2. 次の関数の連続性を調べよ.

(a) $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

(b) $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

(c) $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2}} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

(d) $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

(e) $f(x,y) = \begin{cases} xd\sin\dfrac{y}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

3. 関数 $f(x,y)$ について, $\lim_{x\to 0} f(x,0) = \lim_{y\to 0} f(0,y) = f(0,0)$ ならば, $f(x,y)$ は $(x,y) = (0,0)$ で連続といえるか？