

1. A を以下の行列とし, V を連立 1 次方程式 $Ax = \mathbf{0}$ の解全体のなす \mathbb{R}^3 の部分ベクトル空間とする. このとき, V の次元と基底を求めよ.

$$(a) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$(b) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(c) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(d) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(e) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

2. 次の行列 A の定める 1 次写像 $T_A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ について, $\text{Im } T_A$ および $\text{Ker } T_A$ の基底を求めよ.

$$(a) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$(b) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(c) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(d) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(e) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$